

1 Zagadka Dra Sumy i Prof. Iloczyna

Jest dwóch matematyków: Dr Suma i Prof. Iloczyn

Są dwie liczby naturalne: $2 \leq a \leq b \leq 100$

Dr Suma zna wartość $a + b$

Prof. Iloczyn zna wartość $a \times b$

Ponadto, Dr Suma wie, że Prof. Iloczyn zna iloczyn, Prof. Iloczyn wie, że Dr Suma zna sumę, i tak dalej.

Wiedzą również, że obaj są matematykami, którzy są zdolni wywnioskować logicznie cokolwiek się da wywnioskować logicznie bez oszukiwania albo popełniania błędów.

I to **wszystko** co oni znają.

Następująca rozmowa ma miejsce:

Suma: “Ja nie wiem ile jest $a \times b$, ale Prof. Iloczyn nie wie ile jest $a + b$ ”.

Iloczyn: “Ja wiedziałem, że ty nie wiesz, ale teraz to ja już wiem ile jest $a + b$ ”.

Suma: “W takim razie to ja już wiem ile jest $a \times b$ ”.

Pytanie: Co to są za liczby?

Formalizacja zagadki:

Dla pewnego $4 \leq S \leq 200$

$$\Box_{Suma}(a + b) = S$$

Dla pewnego $4 \leq I \leq 10.000$

$$\Box_{Iloczyn}(a \times b) = I$$

Ponadto,

$$\Box_{Iloczyn} \neg \Box_{Suma}(a \times b) = I$$

oraz

$$\Box_{Suma} \neg \Box_{Iloczyn}(a + b) = S$$

Ale jak tylko

$$\Box_{Iloczyn} \Box_{Suma} \neg \Box_{Iloczyn}(a + b) = S$$

to

$$\Box_{Iloczyn}(a + b) = S$$

I jak tylko

$$\Box_{Suma}[(\Box_{Iloczyn} \Box_{Suma} \neg \Box_{Iloczyn}(a + b) = S) \Rightarrow (\Box_{Iloczyn}(a + b) = S)]$$

to

$$\Box_{Suma}(a \times b) = I$$

2 Grafowe modele wiedzy

Definition 0.1 A *simple Kripke structure* for $L_{\Box}$ is a Kripke structure of the form

$$\mathcal{M} = \langle M, P \rangle,$$

where

- M is a set of worlds of $\mathcal{M}$, and
- $P = \langle P_1, P_2, \dots \rangle$ is an infinite sequence of subsets of M .

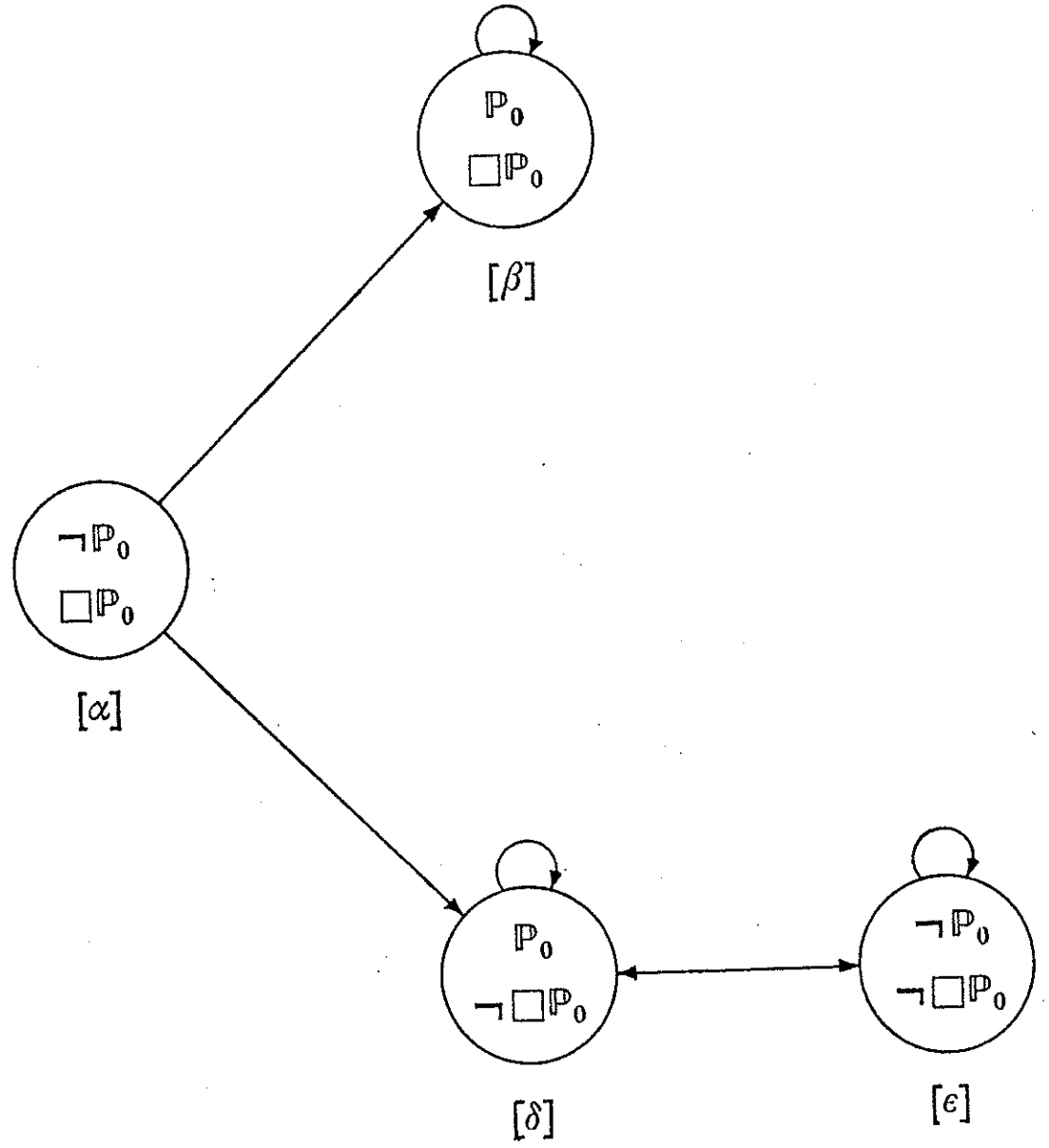
• • •

$$2. \mathcal{M} \models^{S5} p_i[m] \text{ iff } m \in P_i$$

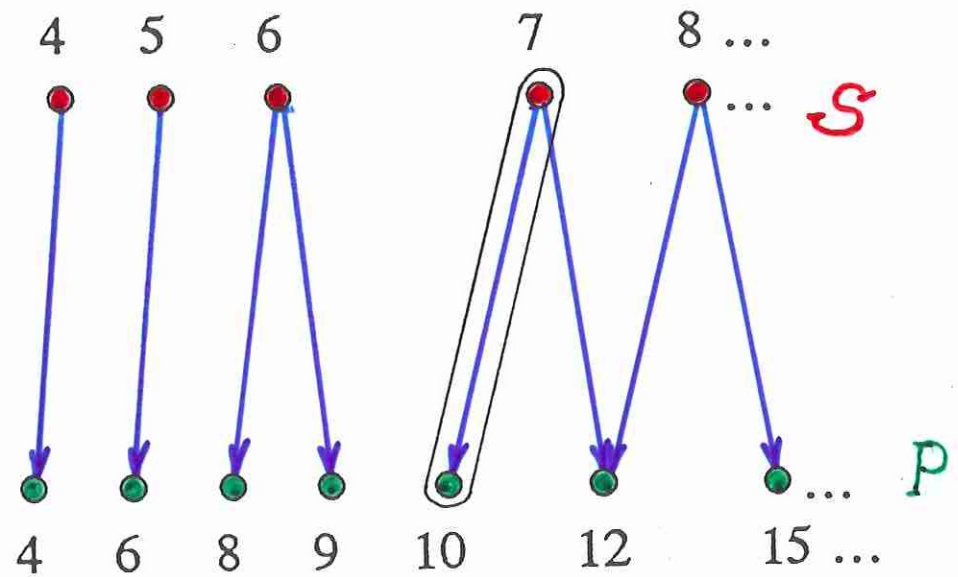
⋮

$$5. \mathcal{M} \models^{S5} \Box \varphi[m] \text{ iff for each } n \in M, \mathcal{M} \models^{S5} \varphi[n]$$





Chellas, B.F., *Modal Logic, An Introduction*, Cambridge U. Press



$$(\alpha + \beta)[\underline{n}, \underline{m}] = n \quad (\alpha \cdot \beta)[\underline{n}, \underline{m}] = \underline{m}$$

$$G \models K_{\underline{S}}(\alpha + \beta = 7)[\underline{7}, \underline{10}] \quad G \models K_{\underline{S}}(\alpha + \beta)[\underline{7}, \underline{10}]$$

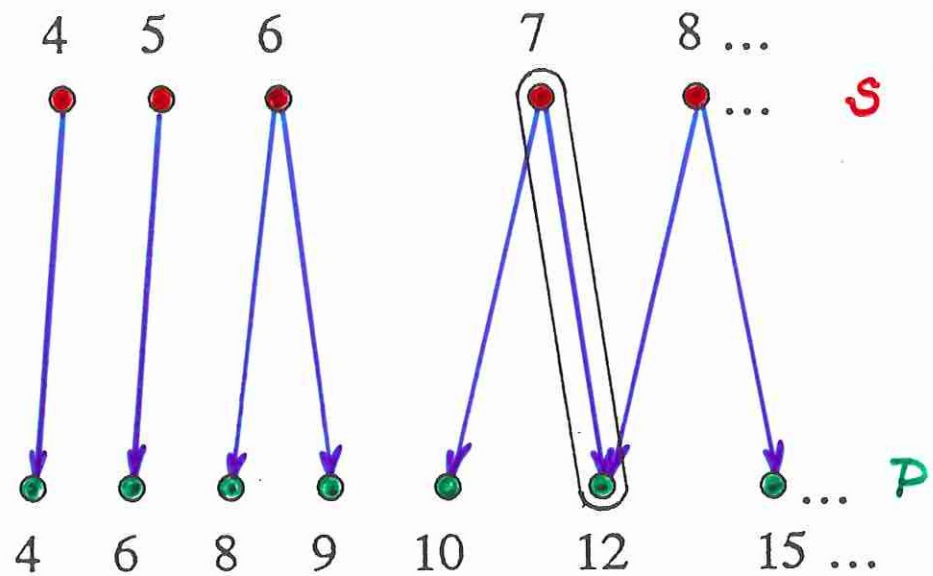
$$G \models \neg K_{\underline{S}}(\alpha \cdot \beta)[\underline{7}, \underline{10}] \quad G \models K_{\underline{P}}(\alpha \cdot \beta)[\underline{7}, \underline{10}]$$

$$G \models K_{\underline{P}}(\alpha + \beta)[\underline{7}, \underline{10}]$$

For every formula ϕ of L_2 ,

$G \models K_{\underline{s}}\phi[\underline{m},n]$ iff, for all $(m,\underline{j}) \in E$, $G \models \phi[m,\underline{j}]$

$G \models K_{\underline{p}}\phi[m,\underline{n}]$ iff, for all $(\underline{j},n) \in E$, $G \models \phi[\underline{j},n]$.



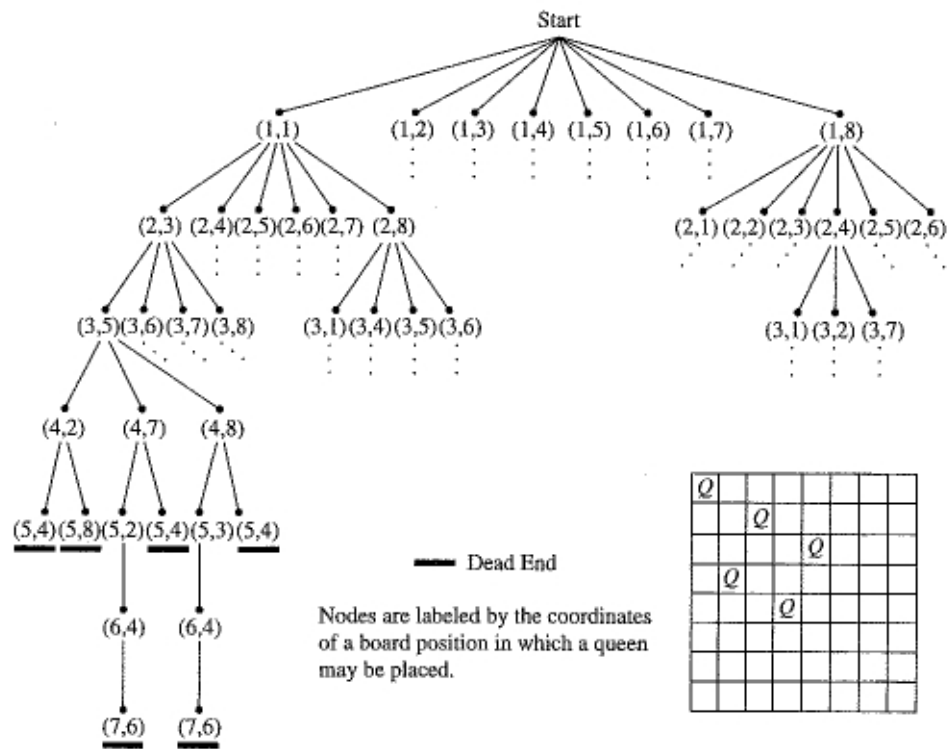
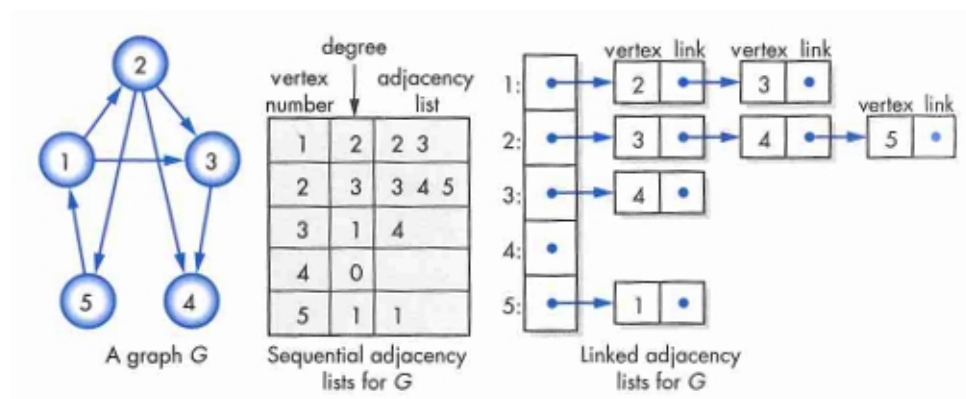
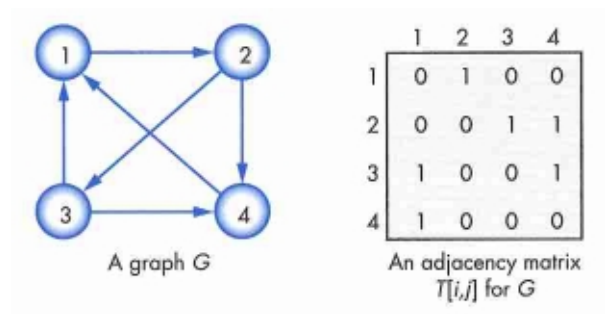


Figure 7.14 The eight-queens problem

Standish, T. *Data Structures in Java*, Addison - Wesley



Standish, T. *Data Structures in Java*, Addison - Wesley